

Logiikkaa kuvina

Onko symbolisten merkkijärjestelmien käyttö välttämätöntä logiikassa? Peirceltä peräisin olevan ajatuksen mukaan ei: inhimillinen ajattelu on ikonista, kuvallisiin ja diagrammisiin muotoihin perustuvaa mielen toimintaa. Seuraavassa tiivis johdatus aiheeseen.

Esitietoina käsillä olevan tietoisuuden sisäistämiseksi lukijalta edellytetään ainoastaan propositionaalisen eli lauselogiikan ja predikaatti- eli ensimmäisen kertaluvun logiikan syntaksin alkeiden tuntemista. Koska tarkoitukseni on lyhyesti kertoa eräästä vaihtoehtoisesta, niin sanotusta perinteellisestä, viime vuosisadan logiikan kehitystä vallitsevasti luonnehtineesta *symbolisesta* logiikasta poikkeavasta tavasta esittää loogisia muotoja sekä välttämätöntä eli totuuden säilyttävää päättelyä, olisi tässä mielessä täysin mahdollista, että koko logiikan alkeisopetus lähtisi liikkeelle tällaisesta vaihtoehtoisesta näkökulmasta. Koska tulen vertailemaan sitä symboliseen esitystapaan, on tarkoituksenmukaista olettaa lukijan omaavan hivenen esitietoja. Muutamissa yliopistoissa, joissa logiikan opetukseen on sisällytetty tällainen ei-symbolisen logiikan näkökulma – tai opetus on kenties jopa aloitettu siitä – on havaittu logiikan perusteiden oppimisen nopeutuneen ja kiinnostuksen aiheeseen kasvaneen.

Tämä vallalla olevalle symbolistiselle näkökulmalle vaihtoehtoinen, sen jopa korvaava metodi perustuu niin sanottuihin *ikonisiin*, täsmällisemmin ottaen *diagrammaattisiin* esitystapoihin.¹ Voidaan todeta, että ne ovat tulleet uudestaan tunnetuiksi ja lisänneet suosiotaan erityisesti kognitio- ja tietojenkäsittelytieteessä niin sanottuihin *käsitelaavioihin* perustuvien tiedonesittämismenetelmien kehitystyön ansiosta.² Tarkoitukseni on tarkastella lähinnä diagrammilogiikan historiallisesti alkuperäistä muotoilua sekä sen todistusteoriaa. On hivenen ironista, että tämä alkuperä sijoittuu symbolisen logiikan kultakautta edeltäneelle ajalle, 1800-luvun loppupuolelle, jolloin amerikkalainen filosofi ja tieteen tekijä Charles S. Peirce (1839–1914) kehitti hyvin ilmaisuvoimaista diagrammilogiikkaa, jonka esitystapoja hän nimitti *eksistentiaaligraafeiksi*.³

Sanoin, että eksistentiaaligraafit ovat hyvin ilmaisuvoimaisia. Se tarkoittaa tässä lyhyesti seuraavaa: Peirce esitti eksistentiaaligraafien järjestelmänsä kolmessa osassa. Ensimmäinen, *alfagraafeiksi* kutsuttu osa yhtenee propositionaalilogiikan kanssa sikäli, että sen teoriaa voidaan pitää isomorfisena propositionaalilogiikan teorian kanssa.⁴ Alfagraafien avulla voidaan esittää sellaisia yksinkertaisia väitteitä kuten ”Kissa ja koira ovat matolla”. Toista, *betagraafeiksi* kutsuttua osaa voidaan pitää yhtenevänä – tietyin rajoituksin joihin en tule tässä puuttumaan – ensimmäisen kertaluvun predikaattilogiikan kanssa. Sen avulla voidaan esittää väitteitä kuten ”Jokainen ihminen on kuolevainen”. Kolmas, *gammagraafeiksi* kutsuttu osa on kaikkea muuta, ts. sen avulla voimme esittää esim. modaalisia väitteitä kuten ”On mahdollista, että sataa” tai ”Tämänhetkisen tiedon valossa jollain turkkilaisella miehellä on kaksi vaimoa”, ensimmäistä kertalukua korke-

ampaa kuten ominaisuuksien kvantifointia (”Aristoteleella on kaikki filosofin hyveet”), sekä lainausmerkein kielessä esitettävää ’meta-assertioita’ kuten ”’Olet hyvä urheilija’ on paljon sanottu”. Deklaratiivisten väitelauseiden lisäksi myös kysymyslauseita eli interrogatiiveja, komentoja eli imperatiiveja, ja ainakin Peircen omien uskomusten mukaan jopa emootioita ja musiikin tulkintaa voidaan pyrkiä luonnehtimaan ikonisten graafiesitysten avulla.

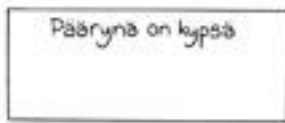
Rajoitan tiivistetyn tarkasteluni vain eksistentiaaligraafien *alfa-* ja *betaosioihin*. Todetaan vielä aluksi, että etuliite ”eksistentiaali” ei graafien tapauksissa tarkoita eksistenssikvanttorin ilmaisemaa yksilöiden eksistenssiä kuten symbolisessa logiikassa, vaan sitä, että piirtäessämme graafin tulemme lausuneeksi väitteen, jonka oletetaan olevan olemassa annetun järjestelmän puitteissa. Graafeihin liitettyjen tulkintaprosessien on myöhemmin otettava kantaa siihen, onko esitetty assertio tosi vai epätosi. En tarkastele tässä yhteydessä lainkaan tulkintaprosesseja eli graafien semantiikkaa.⁵

Symbolisesta logiikasta ja luonnollisesta kielestä poiketen graafit ovat kaksiulotteisia objekteja. Siksi tarvitsemme pinnan, jolle niitä voidaan piirtää. Puhukaamme Peircen terminologiaa mukaillen graafien kirjoamisesta (engl. *scribing a graph*). Kirjoilupinnaksi voidaan ottaa vaikkapa liitutaulu. Näin saadaan ensimmäinen eksistentiaaligraafien neljästä peruskäsitteestä. Sitä kutsutaan assertioarkiksi (*sheet of assertion*). Vaikka siihen ei vielä kirjoitaisi mitään, se ei ole tyhjä taulu, vaikkakin se näyttää tyhjältä graafilta. Assertioarkki nimittäin edustaa sitä, mitä logiikassa tavanmukaisesti kutsutaan keskustelu-universumiksi, eli siksi kokonaisuudeksi, josta yhteisesti ymmärretään olevan kyse, ja jota koskien väitteitä tahdotaan ilmaista. Jos arkissamme ei näy mitään, assertoimme tautologian, totuuden. Symbolisessa logiikassa sitä edustaa nollapaikkainen konnektiivi **T** (*verum*):



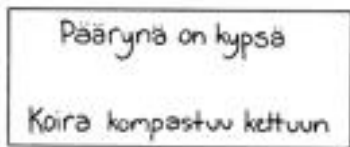
Kuva 1.

Jos nyt kirjoitan assertioarkille väitteen ”Päärynä on kypsä”, olen assertoinut, että universumissamme on olemassa päärynä, ja että se on kypsä. Olen näin laatinut ensimmäisen sisällyksellisen, joskin vielä analysoimattoman graafin (kuva 2).



Kuva 2.

Jos lisään arkilleni, että ”Koira kompastuu kettuun”, olen lisäksi assertoinut, että universonimme objektille ”koira” tapahtuu tuo asia, kettuun kompastuminen. Saimmekin näin uuden graafin, ”Päärynä on kypsä ja koira kompastuu kettuun” (kuva 3). Samalla olen muodostanut toisen eksistentiaaligraafien peruskäsitteistä, rinnastuksen (*juxtaposition*). Symbolisessa logiikassa tätä merkitään tavanomaisesti kaksipaikkaisella loogisella konnektiivilla, jota kutsutaan konjunktioksi. Muistettakoon uudestaan, että meidän ei tarvitse, eikä monissa tapauksissa edes tule verrata ikonisia graafeja ja symbolisen logiikan ilmauksia toistensa kanssa, mutta tehdään näin havainnollisuuden vuoksi.



Kuva 3.

On sama, mihin järjestykseen rinnastettuja graafeja merkitään, joten rinnastus ja konjunktio ovat siis kommutatiivisia ja assosiatiiivisiä operaatioita. Peircen vaikuttimet tulivat hänen lapsuudenharrastuksestaan ja myöhemmästä yliopistollisesta pääaineestaan kemiasta, jonka molekyyliidosten teoriassa tavataan sanoa, että rinnastukset muodostavat ns. isotooppisia ekvivalenssiluokkia.

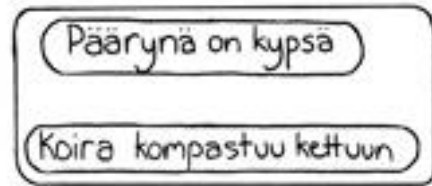
Haluaisin ehkä myös sanoa, että ”Et ole tarkkaavainen”, tai että ”Ulkona ei sada”. Kiellon aikaansaamiseksi kirjoitetaan ensin affirmatiivinen muoto ”olet tarkkaavainen”, jonka ympäri vedetään suljettu viiva. Tätä operaatiota kutsutaan leikkaukseksi (*cut*). Se on todellinen ikoninen merkki, sillä sen avulla suljetun viivan sisältö konkreettisesti irrotetaan ja viedään pois assertioarkilta.⁶ Näin toteutetaan suljetun viivan sisäpuolella ilmoitetun väitteen kieltö. Koska ”olet tarkkaavainen” ei siis täten esiinny, ts. ei päde assertioarkillamme, olemme assertoineet, että ”Ei ole niin, että olet tarkkaavainen”. Leikkaus on kolmas eksistentiaaligraafien peruskäsite (kuva 4). Havainnollisuuden vuoksi voimme jättää assertioarkin reunat vastedes piirtämättä.



Kuva 4.

Rinnastuksen ja leikkauksen avulla voimme esittää symbolisesta logiikasta tutut konnektiivit, disjunktion ja konditionaalin. Katso kuvaa 3. Kun leikkaamme siinä molemmat väitteet ”Päärynä on kypsä” ja ”Koira kompastuu nopeaan kettuun” erikseen ja sitten vielä koko rinnasteisen

assertion, tulemme esittäneeksi tosiasian, että ”Ei ole niin, että päärynä ei ole kypsä ja koira ei kompastu kettuun”, eli toisin sanoen disjunktiivisen lauseen ”Päärynä on kypsä tai koira kompastuu kettuun” (kuva 5).



Kuva 5.

Konditionaali saadaan aikaan sisäkkäistämällä kaksi leikkausta, ja se voidaan piirtää kynää nostamatta. Kutsuttakoon tätä kiepiksi (*the scroll*, kuva 6). Siinä ulomman leikkausalueen, Peircen mukaan ”muurin” sisäpuolisen alueen materiaali tunkeutuu sisempään, ”aidan” sisäpuoliseen alueeseen (Peirce 1931–58, 4.564). Kyseessä on jälleen ikoninen operaatio: ’kun olet päässyt muurin sisään tulet pääsemään myös aidan sisään’.



Kuva 6.

Täydellisyysden vuoksi todettakoon vielä, että leikkaus tyhjän graafin ympäri vastaa kontradiktiota, propositiologiikan konnektiivia ’epätotuus’ (*falsum*). Näin *ex nihilo* tulee esitettyä ikonisella tavalla (kuva 7).



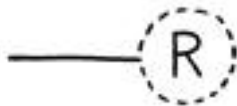
Kuva 7.

Olemme täten muodostaneet eksistentiaaligraafien alfafragmentin, jonka avulla voimme esittää kaikkea mitä propositionaalisella logiikallakin. Siirrytään siis betafragmenttiin. Siinä haluamme puhua yksilöiden olemassaolosta. Kuinka se tehdään? Otamme käyttöön neljännen perusidean, pisteen, joka liikkuessaan venyy viivaksi. Sitä kutsutaan identiteetti-viivaksi (*line of identity*). Tiputetaan assertioarkille piste. Se osuu jonkin keskustelu-universon objektin kohdalle. Se siis osoittaa tai tuo esille sen, että jokin on. Viiva puolestaan esittää, että jokin on identtinen itsensä kanssa (kuva 8).



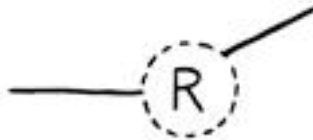
Kuva 8.

Jotta tästä osoitetusta objektista voisi sanoa jotain, oletamme rajattujen pinnan osien vastaavan kielemme predikaattitermejä. Pisteet ja viivat voivat kiinnittyä niihin. Aristoteleelta juontuvan nimityksen mukaan Peirce kutsui predikaattitermejä reemoiksi, uutta informaatiota itseensä hankkiviksi elementaariseksi osaksi. Graafien logiikassa niitä kutsutaan täpliksi (*spots*), mahdollisimman suurta ikonisuutta jälleen tavoitellen. Lisäksi tulee ajatella, että minkä tahansa täplän lähiympäristö voi käsittää äärellisen määrän koukkuja, joihin pisteet kiinnittyvät. Ne voidaan tarvittaessa piirtää esiin. Tällaisen täplän koukkuun kiinnittyvän pisteen tai viivan avulla suoritetaan predikaatio, toisin sanoen voimme ilmaista, että jokin on jotakin, tai että jollakin on jokin ominaisuus (kuva 9). Ideaa vastaa symbolinen kaava Rx.



Kuva 9.

Sanokaamme, että "Jotkut kaksi vihaavat toisiaan". Muodostetaan väite, ja siten eksistentiaaligraafi, tekemällä predikaattista kaksipaikkainen relaatio lisäämällä edellisen kuvan täplän uuteen koukkuun toinen piste tai viiva (kuva 9). Saatava graafi vastaa lausetta kaksipaikkaisella relaatiolla 'x ja y vihaavat toisiaan'.



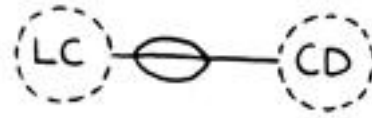
Kuva 10.

Eksistenssi voi venyä identiteetiksi useiden täplien välille. Väitelause "Lewis Carroll on Charles Dodgson" voidaan esittää graafina, jossa kaksi pistettä kahteen täplään kiinnityneinä on yhdistetty toisiinsa jatkuvalla paksulla identiteetiviivalla (kuva 11).⁷



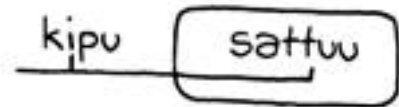
Kuva 11.

Ei-identiteetti saadaan tästä yksinkertaisesti halkaisemalla identiteetiviivalla leikkaus (kuva 12).



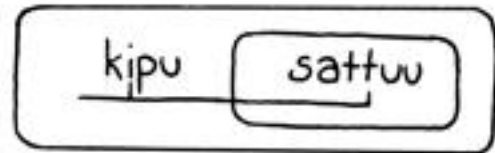
Kuva 12.

Identiteetiviivat voivat siis halkoa leikkauksia. Tämä onkin tärkeää. Voimme esimerkiksi ilmaista, että "Kipu ei satu" kuvassa 13 esitetyn betagraafin tavoin.



Kuva 13.

Jos leikkaamme tällaisen graafin kokonaisuudessaan, saamme uuden graafin, joka ilmaisee universaaliväitettä "Ei ole niin, että jokin kipu ei satu", eli "Kaikki kipu sattuu". Jälkimmäisessä graafissa esiintyy siis kieppi ja siten konditionaali, toisin sanoen "Jos on kipua niin se sattuu". Identiteetiviiva kuljettaa kaiken 'kivun' läikkään 'sattuu' (kuva 14).

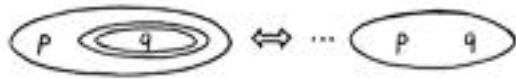


Kuva 14.

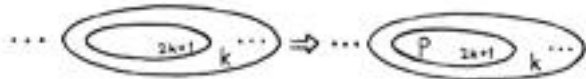
Näin saamme erotelluksi toisistaan kaksi kvantifikaatiota, joita symbolisessa logiikassa vastaavat universaali- ja eksistenssiquanttorit. Identiteetiviivan uloimman pään alueen polariteetti määrää, onko kysymyksessä universaali- vai eksistenssiassertio. Polariteetti on positiivinen, mikäli viivan pää sijaitsee alueella, jota ympäröi parillinen määrä leikkauksia. Vastaavasti polariteetti on negatiivinen, mikäli ympäröiviä leikkauksia on pariton määrä. Positiivisuus viittaa täten eksistenssiassertioihin ja negatiivisuus universaaliin.

Tässä vaiheessa voidaan tehdä pieni kielifilosofinen huomio. On usein väitetty, että *olla*-verbillä on useita lukutapoja, jotka lisäksi poikkeavat loogisesti toisistaan. On sanottu, että on erotettava toisistaan oleminen *eksistenssinä* ("Kettu on olemassa"), *predikaationa* ("Sokrates on kuolevainen"), *identiteettinä* ("Charles Dodgson on Lewis Carroll"), ja *inklusiona* ("Kettu on eläin").⁸ Edellä esitetyistä graafeista huomaamme heti, että täsmälleen sama merkki, nimittäin identiteetiviiva, vastaa näistä kaikista *olla*-verbin merkityksistä. Ne eivät ole loogisesti erillisiä siinä mielessä kuin tavataan väittää.

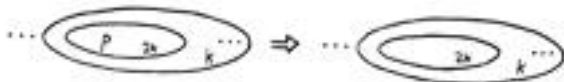
Lopuksi toteamme eksistentiaaligraafeihin liittyvistä todistusmenetelmistä lyhyesti seuraavaa. Alfagraafien todistuksessa käytetään viittä transformaatio sääntöä.



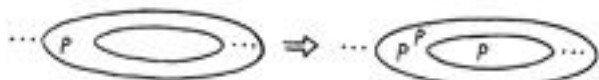
Sääntö 1 (kaksoisleikkauksen poisto): Sellaisten sisäkkäisten leikkausten parien poisto, joiden välissä ei sijaitse mitään graafia.



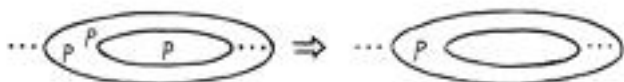
Sääntö 2 (lisäyssääntö): Mikä tahansa graafi voidaan lisätä negatiivisen polariteetin alueeseen.



Sääntö 3 (poistosääntö): Mikä tahansa graafi voidaan poistaa positiivisen polariteetin alueesta.



Sääntö 4 (iteraatio): Mikä tahansa aligraafin kopio voidaan lisätä samaan tai tätä aligraafia syvemmällä esiintyviin alueisiin.



Sääntö 5 (deiteraatio): Mikä tahansa aligraafin kopio voidaan poistaa samasta tai tätä aligraafia syvempien alueiden sisästä.

Iteraatio ja deiteraatio voidaan yhdistää yhdeksi ekvivallenssisäännöksi.

Pienen harjoittelun jälkeen huomaamme, että järjestelmän todistukset ovat helppoja! Muutosääntöjä on vähemmän kuin symbolisissa järjestelmissä ja ne perustuvat vi-

suaalisiin ja topologisiin ominaisuuksiin, mutta todistuksissa on silti tyypillisesti myös vähemmän päättelyaskelmia.

Betagraafien todistusteorian muutosäännöt ovat käytännössä aivan samat, niissä tulee vain huomioida identiteettiviivojen katkominen, yhdistäminen, kutistaminen ja venyttämien näiden sääntöjen sallimin tavoin.

Esittämästämme lyhyestä johdannosta liikkeelle lähtien tulee aiheeseen paremmin perehtyäkseen tarkastella seuraavaksi mm. betagraafien todistusteoriaa ja eksistentiaali-graafien yleistä semantiikkaa, sekä todistaa transformaatio-sääntöjen terveys ja täydellisyys. Jatkossa on kiintoisaa myös tarkastella gammagraafeja, eritoten niiden modaali-ilmauksia, mahdollisia transformaatio-sääntöjä, ja modaalisten graafien soveltuvuutta multimodaalisiin järjestelmiin, joissa mm. pintojen väreillä ja tuntoaistiin vaikuttavilla pintojen muodoilla eli visuaalisilla ja haptisilla havainnoilla on tärkeä merkitys.⁹ On myös perusteltua hahmottaa sitä laajempaa pragmatistista, semioottista ja kognitiivista viitekehystä, jossa nämä diagramminen menetelmät 1800-luvun loppupuolella kehittyivät.

Verkkosivulla www.helsinki.fi/~pietarin/courses/ sijaitsee lisää oppimateriaalia tässä tiivistelmässä esitetyistä diagrammilogiikoista ja Peircen filosofiasta yleisemminkin.

Viitteet

1. Peircen mukaan ikoniset merkit voidaan jakaa *kuviin*, *diagrammeihin* ja *metaforiin*: ”[Sellaiset ikonit, jotka] ovat osallisia yksinkertaisista laaduista ovat *kuvia*; ne jotka edustavat pääasiassa kaksipaikkaisina pidettyjä relaatioita jonkin asian ja [ikonin] itsensä osien välisenä analogiana ovat *diagrammeja*; ne jotka edustavat representamenin [merkin] esityksellisiä piirteitä esittämällä rinnakkaisuutta jossain muussa ovat *metaforia*” (Peirce 1998, 2:273, 1903). Kuvien ja metaforien logiikalle ei toistaiseksi ole löydetty senkaltaisia esitystapoja, jotka olisivat täsmällisyydessään verrattavissa Peircen diagrammeille antamien graafimuotojen loogisten ominaisuuksien kanssa. Mitään periaatteellista estettä sellaiselle ei kuitenkaan ole (Pietarinen 2005b).
2. Sowa (1984) esitteli käsittekaaviot informaation käsittelyn ja tietämyksen esittämismenetelmien tarpeisiin, samalla huomioiden niiden historiallisen läheisyyden eksistentiaaligraafien järjestelmän kanssa (ks. myös Sowa 2000). Hans Kamp, jonka diskurssinesittämismenetelmät ovat saavuttaneet suosiota semanttikkojen ja lingvistien keskuudessa esitti käsittekaavioille ja eksistentiaaligraafeille läheisen teoriansa 1980-luvun alussa (Kamp 1981; Kamp & Reyle 1993). Ajatus keskustelussa ilmoille laskettavista ja keskustelun ajan elävistä diskurssireferenteistä voidaan jäljittää Lauri Karttusen 1960-luvun lopun tutkimuksiin.
3. Yksityiskohtaisemmasta eksistentiaaligraafien teoriaa ja Peircen logiikkaa käsittelevästä kirjallisuudesta suositeltakoon erityisesti Don Robertsen 1973 julkaistua teosta *The Existential Graphs of Charles S. Peirce*. Ks. myös Houser et al. (1997), Pietarinen (2005a), Shin (2002) ja Zeman (1964/2003). Sivulta <http://www.helsinki.fi/~pietarin/courses/> löytyy aiheeseen liittyvää oppimateriaalia ja lisäviitteitä. Alkuperäiskirjoituksia aiheesta löytyy edelleenkin eniten *Collected Papers* -laitoksesta, eritoten sen vuonna 1933 julkaistusta nelososasta. Vuonna 1998 julkaistu *Essential Peirce* -laitoksen toinen osa sisältää tärkeitä Peircen myöhäiskauden kirjoituksia pragmatismista, mutta diagrammilogiikan osuudet on niteestä valitettavasti jätetty pois.
4. Tulee huomata, että kuvallisten ja symbolisten järjestelmien vertailussa pelkkä teorioiden isomorfisuus on melko heikko tulos, eikä se ota huomioon esim. edellisten topologisia piirteitä.
5. Tarkastelen graafien peliteoreettista semantiikkaa mm. teoksessa Pietarinen (2005a).
6. Kirjoitus Pietarinen & Sandu (2004) tarkastelee kieltoa ikonisena ja geometrisenä operaationa.
7. Havaittakoon, että yleis- ja erisnimien välillä ei tässä tehdä eroa. Samaten transitiivisten ja intransitiivisten verbien ero edellyttää lisäoletuksia.

8. Tästä keskustelusta ks. mm. Hintikka (1983).
9. Alustavista mahdollisuuksista yhdistää ikonisen logiikan ja fysiologisten multimodalityteettien käsitteellisiä puolia viitattakoon kirjoitukseen Pietarinen (2005c). Graafien kehitystyö saattaa johtaa myös siihen, mitä Peirce taannoin ennusti: ”Kovan työn tuloksena opin ajattelemaan diagrammeihin, mikä onkin [kieleen tai algebran] verrattuna yliverlainen menetelmä. Olen vakuuttunut, että vielä paljon parempikin, jopa ihmeisiin pystyvä menetelmä on mahdollinen ... se perustuu ajatteluun stereoskooppisina liikkuvina kuvina” (käsi­kirjoitus 231, *Kirje Kehlerille*, 1911). Kirjoitukset Pietarinen (2004, 2005d,e,f) liittyvät näihin kehittä­lyin­joihin.

Kirjallisuus

- Hintikka, Jaakko, Semantic games, the alleged ambiguity of 'is', and Aristotelian categories, *Synthese* 54, 1983, 443–467.
- Houser, Nathan, Roberts, Don D. & Van Evra, James, (toim.). *Studies in the Logic of Charles Sanders Peirce*. Indiana University Press, Bloomington 1997. (Toistaiseksi paras ja kattavin Peircen logiikkaa ja filosofiaa käsittelevä kokoomateos.)
- Kamp, Hans, A theory of truth and semantic representation, teoksessa J. Groenendijk et al., (toim.), *Formal Methods in the Study of Language*, Mathematical Centre, Amsterdam 1981, 475–484.
- Kamp, Hans & Reyle, Uwe, *From Discourse to Logic. Introduction to Model-theoretic Semantics of Natural Language, Formal Logic and Discourse Representation Theory*, Kluwer, Dordrecht 1993.
- Peirce, Charles S., *Collected Papers of Charles Sanders Peirce*, 8 osaa, toimittanut Charles Hartshorne, Paul Weiss & A.W. Burks. Harvard University Press, Cambridge, Mass 1931–58. (Eksistentiaaligraafien logiikasta on materiaalia julkaistu osassa neljä.)
- Peirce Charles S., *The Essential Peirce 2*, Peirce Edition Project, Indiana University Press, Bloomington 1998. (Sisältää tärkeitä Peircen myöhäiskauden kirjoituksia, joista monet ovat ennen julkaisemattomia.)
- Pietarinen, Ahti-Veikko, Peirce's diagrammatic logic in IF perspective, teoksessa A. Blackwell, K. Marriott & A. Shimojima (toim.), *Diagrammatic*

Representation and Inference: Third International Conference, Diagrams 2004, Cambridge, UK, *Lecture Notes in Artificial Intelligence* 2980, Springer, Berlin 2004, 97–111.

- Pietarinen, Ahti-Veikko, *Signs of Logic: Peircean Themes on the Philosophy of Language, Games, and Communication*, Springer, Dordrecht 2005a.
- Pietarinen, Ahti-Veikko, Representaatio logiikassa: ajatusten liikkuvat kuvat. Teoksessa T. Knuuttila & H. Veivo (toim.), *Representaation eri muodot*. Ilmestyy 2005b.
- Pietarinen, Ahti-Veikko, Multimodality in diagrammatic logic and in cognition, *The 9th International Pragmatics Conference*, Garda, Italy. 2005c.
- Pietarinen, Ahti-Veikko. Compositionality, relevance and Peirce's logic of existential graphs, *Axiomathes*. 2005d.
- Pietarinen, Ahti-Veikko, The composition of concepts and Peirce's pragmatic logic, teoksessa E. Machery, M. Werning & G. Schurz (toim.), *The Compositionality of Concepts and Meanings: Foundational Issues*, Ontos-Verlag 2005e.
- Pietarinen, Ahti-Veikko, Peirce's magic lantern: moving pictures of thought, *Transactions of the Charles S. Peirce Society: A Quarterly Journal in American Philosophy*. 2005f.
- Pietarinen, Ahti-Veikko & Sandu, Gabriel, Kielto ja kierto, teoksessa H. Gylling, S. Albert Kivinen & R. Vilkkonen (toim.), *Kielto*. Yliopistopaino, Helsinki 2004, 115–125.
- Roberts, Don D., *The Existential Graphs of Charles S. Peirce*, Mouton, Hague 1973. (Selkein ja alkuperäisiin käsi­kirjoituksiin nojautuva monografia Peircen graafien logiikasta.)
- Shin, Sun-Joo, *The Iconic Logic of Peirce's Graphs*, MIT Press Cambridge, Mass 2002. (Alfa- ja betaosioihin keskittyvä teos todistusteoreettisesta näkökulmasta.)
- Sowa, John F., *Conceptual Structures: Information Processing in Mind and Machine*. Addison-Wesley, Reading, Mass 1984.
- Sowa, John F., *Knowledge Representation: Logical, Philosophical, and Computational Foundations*, Brooks/Cole, New York 2000.
- Zeman, Jay J., *The Graphical Logic of C.S. Peirce*, väitös, University of Chicago, 1964. Verkko­versio, 2002: <<http://web.clas.ufl.edu/users/jzeman/>> 31.12.2004. (Yksityiskohtainen, omintakeinen tutkielma Peircen graafilogiikasta. Käsittelee myös gammaosiota.)